

Encontro Nacional da Sociedade Portuguesa de Matemática
25 a 28 de Junho de 2008

ISEC

Análise Funcional

Org. António Caetano

26 de Junho, 5^a feira, 11h-12h30

- Stéphane Jaffard: *Some new function spaces introduced in multifractal analysis*
- Paula Cerejeiras: *Aspectos numéricos da equação não-linear de Schrödinger*
- Alexandre Almeida: *Imersões de espaços de Hajlasz-Sobolev em classes de Hölder de expoente variável*

27 de Junho, 6^a feira, 11h-12h30m

- Uwe Kähler: *Análise harmónica para operadores de Dirac invariantes sob a acção de grupos finitos de reflexão*
- Catarina C. Carvalho: *Teoria do índice para operadores pseudodiferenciais em espaços não compactos*
- Helena Mascarenhas: *Álgebras de sucessões de aproximação. Aplicações a operadores de convolução em cones*

27 de Junho, 6^a feira, 14h-15h30m

- J. Petronilho: *Aproximação via polinómios ortogonais a respeito de produtos internos de Sobolev*
- Susana Moura: *Envelopes de continuidade de espaços com suavidade generalizada no caso crítico*
- Luís Pessoa: *Projecções poly Bergman e operadores de Calderon-Zygmund*

28 de Junho, Sábado, 11h-12h30

- Vítor Neves: *Tamanho, dimensão e normabilidade*
- Júlio Neves: *Imersões óptimas de espaços tipo potenciais de Bessel em espaços generalizados de Hölder*

IMERSÕES DE ESPAÇOS DE HAJLASZ-SOBOLEV EM CLASSES DE HÖLDER DE EXPOENTE VARIÁVEL

Alexandre Almeida

Universidade de Aveiro

Resumo

Nesta palestra são considerados espaços de Sobolev no contexto geral de espaços métricos. A partir de estimativas envolvendo funções maximais, provam-se imersões do tipo Sobolev em espaços de Hölder com ordem variável. Serão também apresentadas imersões de ordem superior no caso de domínios euclidianos.

A palestra baseia-se num trabalho conjunto com Stefan Samko, da Universidade do Algarve.

TEORIA DO ÍNDICE PARA OPERADORES PSEUDODIFERENCIAIS EM ESPAÇOS NÃO COMPACTOS

Catarina C. Carvalho

Instituto Superior Técnico, UTL

Resumo

Desenvolvemos um cálculo pseudodiferencial em \mathbb{R}^n adequado ao estudo do índice de Fredholm do ponto de vista topológico, nomeadamente a generalizações da fórmula do índice de Atiyah-Singer para variedades compactas. Considera-se primeiro operadores pseudodiferenciais dados por um operador de multiplicação no complementar de um compacto e dão-se algumas propriedades gerais desta classe. Define-se $\Psi_a(\mathbb{R}^n)$ como o fecho de uma subálgebra apropriada. Mostra-se, em particular, que $\Psi_a(\mathbb{R}^n)$ contém o chamado cálculo isotrópico, desenvolvido, entre outros, por Shubin e Melrose. Os resultados obtidos têm aplicações em teoria do índice para variedades não compactas.

ASPECTOS NUMÉRICOS DA EQUAÇÃO NÃO-LINEAR DE SCHRÖDINGER

Paula Cerejeiras

Universidade de Aveiro

Resumo

Nos últimos anos tem-se verificado um recrudescer do interesse na existência de soluções globais para a equação não-linear de Schrödinger, condições de *blow-up* em tempo finito, etc. Nesta comunicação focaremos alguns dos aspectos mais relevantes e actuais da investigação neste campo, focaremos a resolução da equação não-linear cúbica de Schrödinger mediante o recurso a bases de Witt e aproximações por diferenças finitas; concluiremos com a convergência do esquema numérico proposto.

SOME NEW FUNCTION SPACES INTRODUCED IN MULTIFRACTAL ANALYSIS

Stéphane Jaffard

Universidade Paris 12, França

Abstract

We show how new function spaces have been introduced for specific purposes in signal and image processing. These spaces are defined by conditions on the wavelet coefficients of the function. We study the properties of these spaces.

ANÁLISE HARMÓNICA PARA OPERADORES DE DIRAC INVARIANTES SOB A ACÇÃO DE GRUPOS FINITOS DE REFLEXÃO

Uwe Kähler

Universidade de Aveiro

Resumo

É bem conhecido o facto de que os operadores de Dirac clássicos são invariantes sob a acção de grupos *Spin*, i.e. grupos de rotação, mas que essa propriedade se perde aquando de reflexões. Se bem que suficiente para a maioria das aplicações, como sejam os casos de electromagnetismo, dinâmica de fluidos e mecânica quântica, já em cristalografia a invariância segundo reflexões, em particular, segundo determinados grupos cristalográficos, é de crucial importância. Nesta comunicação discutiremos operadores de Dirac modificados, baseados em operadores de diferenciais-diferenças, e que são invariantes sob a acção de tais grupos; estudaremos a sua respectiva análise harmónica e apresentaremos as expressões explícitas para as suas soluções fundamentais, bem como para as transformadas de Fourier adequadas.

ÁLGBRAS DE SUCESSÕES DE APROXIMAÇÃO. APLICAÇÕES A OPERADORES DE CONVOLUÇÃO EM CONES

Helena Mascarenhas

Instituto Superior Técnico, UTL

Resumo

Analisam-se álgebras de sucessões de aproximação usando técnicas de álgebras de Banach. Em particular, estuda-se a estabilidade e a propriedade de Fredholm dessas sucessões. Estabelecem-se relações entre propriedades espectrais de operadores do tipo de convolução em cones e propriedades espectrais dos seus operadores de aproximação.

ENVELOPES DE CONTINUIDADE DE ESPAÇOS COM SUAVIDADE GENERALIZADA NO CASO CRÍTICO

Susana Moura

Universidade de Coimbra

Resumo

Estudamos os envelopes de continuidade de espaços de Besov e Triebel-Lizorkin com suavidade generalizada $B_{pq}^{(s,\Psi)}(\mathbb{R}^n)$ e $F_{pq}^{(s,\Psi)}(\mathbb{R}^n)$, respectivamente, no caso crítico $s = n/p$. Este trabalho foi realizado em colaboração com Júlio S. Neves e Mariusz Piotrowski.

IMERSÕES ÓPTIMAS DE ESPAÇOS TIPO POTENCIAIS DE BESSEL EM ESPAÇOS GENERALIZADOS DE HÖLDER

Júlio Neves

Universidade de Coimbra

Resumo

Apresentamos condições necessárias e suficientes para a existência de imersões de espaços potenciais de Bessel $H^\sigma X(\mathbb{R}^n)$, com ordem de suavidade $\sigma \in (0, n)$ e modelizados em espaços de funções de Banach invariantes por rearranjos $X(\mathbb{R}^n)$, em espaços generalizados de Hölder (envolvendo o k -módulo de suavidade). Em particular, apresentamos exemplos quando $X(\mathbb{R}^n)$ é um espaço de Lorentz-Karamata. As aplicações cobrem os casos super-crítico e crítico. No caso super-crítico, melhoramos os resultados de Brézis-Wainger.

O trabalho é em conjunto com B. Opic e A. Gogatishvili (Inst. Matemática, Acad. Ciências da República Checa).

TAMANHO, DIMENSÃO E NORMABILIDADE

Vítor Neves

Universidade de Aveiro

Resumo

As noções (não standard) de número infinitesimal, número finito ou número infinitamente grande são generalizáveis de forma natural a espaços localmente convexos. Ilustrar-se-ão algumas relações que esses conceitos têm com a topologia do espaço subjacente e consequente possibilidade de caracterização da dimensão, bem como o facto, talvez contra intuitivo, de um vector poder ser infinito, ter múltiplos escalares infinitesimais, mas não ter múltiplos escalares apreciáveis, e como tal determina que a topologia ambiente não é normável.

PROJECCÇÕES POLY BERGMAN E OPERADORES DE CALDERON-ZYGMUND

Luís Pessoa

Instituto Superior Técnico, UTL

Resumo

Ir-se-á discorrer acerca de igualdades explícitas entre projecções do tipo *Bergman* e operadores na álgebra-* gerada por o operador de *Calderon-Zygmund* S . As mencionadas igualdades permitirão decompor o espaço das funções de quadrado *Lebesgue* integrável em espaços ortogonais de funções de tipo analítico (ou anti-analítico). Os operadores de *Calderon-Zygmund* S e S^* desempenham o papel de operadores unitários entre os espaços de funções de tipo analítico envolvidos.

Igualdades entre projecções de tipo *Bergman* e operadores na álgebra de operadores integrais singulares encontram-se dependentes da regularidade da fronteira do domínio considerado. A referida dependência encontra-se afastada do entendimento actual. Apresentaremos exemplos de domínios que não admitem fórmulas de *Dzhurav*, exemplificamos como a variação interior do domínio permite deduzir novos resultados, estabelecemos explícitas igualdades entre operadores integrais singulares e projecções de *Bergman* em sectores mensuráveis com o semi-plano e mostramos que o semi-plano é o único sector que admite fórmulas de *Dzhurav*. Simples observações permitirão estabelecer resultados clássicos tanto quanto demonstrações elementares das fórmulas de *Dzhurav* em semi-espaços.

APROXIMAÇÃO VIA POLINÓMIOS ORTOGONAIS A RESPEITO DE PRODUTOS INTERNOS DE SOBOLEV

J. Petronilho

Universidade de Coimbra

Resumo

Seja $\{\mu_0, \mu_1, \dots, \mu_N\}$ um conjunto de $N + 1$ medidas com momentos finitos de todas as ordens. Assumindo que o suporte de μ_0 é um subconjunto infinito de \mathbb{R} , pode considerar-se o produto interno de Sobolev

$$\langle f, g \rangle := \sum_{\nu=0}^N \int_{\mathbb{R}} f^{(\nu)} g^{(\nu)} d\mu_{\nu},$$

definido no espaço \mathcal{P} dos polinómios com coeficientes reais. O processo de ortogonalização de Gram-Schmidt aplicado à base canónica de \mathcal{P} permite construir uma sucessão de polinómios, $(p_n)_n$, dita a sucessão de polinómios ortogonais *de Sobolev* a respeito do produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$.

A teoria dos polinómios ortogonais de Sobolev atraiu considerável atenção nas últimas décadas, quer pela sua importância em teoria da aproximação (inicialmente motivada por problemas de melhor aproximação no sentido dos mínimos quadrados, em espaços de funções adequados), quer pelo seu interesse na análise numérica das equações com derivadas parciais usando os chamados métodos espectrais. Em particular, o caso em que μ_1, \dots, μ_N são medidas atómicas foi exaustivamente estudado na última década.

Nesta palestra consideramos, para simplificar, a situação $N = 1$ com o par (μ_0, μ_1) a verificar uma determinada condição de coerência, num sentido a especificar, e considerando que o suporte de μ_1 é também um subconjunto infinito de \mathbb{R} . Entre outros aspectos, será analisado o problema da determinação dos polinómios de Sobolev p_n em função dos polinómios que figuram nas sucessões de polinómios ortogonais *standard* associadas às medidas μ_0 e μ_1 . A teoria desenvolvida permite avaliar eficientemente os coeficientes de Sobolev-Fourier que figuram em expansões do tipo

$$f(x) \sim \sum_{n=0}^{\infty} c_n p_n(x),$$

para funções f suficientemente suaves do espaço de Sobolev $W^{1,2}(\mathbb{R}, \mu_0, \mu_1)$ obtido por completamento de \mathcal{P} a respeito da norma induzida pelo produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$. Os resultados apresentados serão ilustrados com vários exemplos.