

# Encontro Nacional da Sociedade Portuguesa de Matemática

25 a 28 de Junho de 2008

ISEC

Análise Numérica

Org. Heitor Pina

26 de Junho, 5<sup>a</sup> feira, 11h-12h30

- Pedro Antunes: *Métodos sem malha para problemas de valores próprios em EDP's*
- Fernanda Patrício: *Solução óptima de um problema de difusão-reacção com termo forte*
- Stephane Clain: *Método MUSCL em Volumes Finitos*

27 de Junho, 6<sup>a</sup> feira, 11h-12h30m

- Mário M. Graça: *Remoção de Multiplicidade em  $\mathbb{C}$  por reneutronização*
- Filomena Teodoro: *Métodos Computacionais para Equações Funcionais do Tipo Misto*

# MÉTODOS SEM MALHA PARA PROBLEMAS DE VALORES PRÓPRIOS EM EDP'S

**Pedro Antunes**

Departamento de Matemática, IST

## **Resumo**

Os problemas de valores próprios aparecem em áreas como a acústica, a elasticidade ou o electromagnetismo e modelam fenómenos de ressonância. A resolução numérica destes problemas pode ser feita recorrendo a métodos clássicos, como o método das diferenças finitas, o método dos elementos finitos ou o método dos elementos de fronteira. Recentemente foram considerados outro tipo de métodos vulgarmente designados métodos sem malha ("meshless methods") e que apresentam diversas vantagens relativamente aos métodos clássicos. Por um lado, não há necessidade de considerar uma malhagem do domínio nem da sua fronteira, o que os torna especialmente atractivos para a aplicação a geometrias complicadas; por outro, são evitados os cálculos de integração. Além disso, em geral a convergência é muito rápida e podem ser obtidos resultados com precisão perto dos limites da máquina com matrizes de pequena dimensão.

Nesta apresentação serão considerados alguns métodos sem malha, nomeadamente o Método das Soluções Fundamentais (MFS) e o Método das Soluções Particulares (MPS) bem como a sua aplicação à resolução numérica de problemas de valores próprios.

# MÉTODOS MUSCL EM VOLUMES FINITOS

**Stéphane CLAIN**

Institut Mathématique de Toulouse, UFR MIG, Université Paul Sabatier Toulouse 3, France

## Resumo

O método dos volumes finitos é uma técnica muito popular para a resolução de sistemas hiperbólicos como o sistema de Euler ou o problema de shallow-water. Ainda que existam métodos numéricos mais evoluídos e mais precisos como o método de Galerkin Descontínuo, o método dos volumes finitos continua muito atractivo devido à sua grande simplicidade. Para resolver problemas complexos onde intervêm numerosas equações (problema de fluido com vários estados e várias espécies) e com domínios de cálculos não triviais, os "numériciens" preferem usar um método mais robusto e fácil de implementar para fazer face nas dificuldades dos modelos. Infelizmente, o método dos volumes finitos, sob a sua forma de origem, sofre de dois defeitos: uma convergência bastante fraca relativamente ao parâmetro  $h$  da malha e uma difusão muito importante nas vizinhanças dos choques (descontinuidades da solução). Para diminuir esses efeitos negativos, VanLeer propôs no final dos anos setenta uma nova técnica chamada Monotonic Uptream Scheme for Conservative Law que foi popularizada como o anacronismo MUSCL. Inicialmente usada no contexto de problemas de convecção em dimensão um, o método MUSCL em conjunto com o método dos volumes finitos conhecia importantes desenvolvimentos, em particular na comunidade dos investigadores e engenheiros em mecânica dos fluidos. Permite melhorar a precisão do método dos volumes finitos e diminuir a viscosidade numérica do esquema conservando uma grande simplicidade. Nesta comunicação, vou apresentar várias técnicas de tipo MUSCL. Começo com as técnicas clássicas a que chamo MUSCL mono-declive, seguidamente introduzo a nova técnica do MUSCL multi-declive. Sem entrar nos aspectos demasiado técnicos, pretendo mostrar a vantagem desta segunda técnica. Para ilustrar a minha exposição, apresento algumas simulações concretas no domínio da mecânica dos fluidos compressíveis.

# REMOVING MULTIPLICITIES IN $\mathbb{C}$ BY REWTONIZATION

Mário M. Graça

Departamento de Matemática, IST

## Resumo

The graphical analysis of the zero level curves of the imaginary and real parts of a complex valued analytic function  $f$  is used, both to localize the zeros of the function and to count their multiplicities. The comparison of the referred level curves with the zero level curves of  $F = f/f'$  (for which a multiple zero of  $f$  becomes simple) is made in order to predict good starters for the iterative process defined by the iteration function  $Nf$ , which we called the rewtionization of  $f$ . This approach enable us to obtain high precision approximations for the zeros of  $f$ , regardless of their multiplicities. Several examples of analytic functions are presented to illustrate the results obtained. In these examples the occurrence of extraneous zeros is observed, and their location is in agreement with a classical theorem of Gauss-Lucas for polynomials.

# SOLUÇÃO ÓPTIMA DE UM PROBLEMA DE DIFUSÃO-REACÇÃO COM TERMO FONTE

**Fernanda Patrício**

CMUC, Departamento de Matemática, Universidade de Coimbra

## **Resumo**

A construção de um modelo matemático que traduza um determinado fenómeno é fundamental em muitas questões da Ciência. O comportamento em causa é determinado/simulado a partir do modelo estabelecido. Este não é único, pode ter complexidade variável respondendo consequentemente de modos diferentes à questão que pretendemos solucionar.

Neste trabalho apresentamos dois modelos que descrevem o comportamento reactivo numa célula de combustível na presença de uma fonte que pretendemos controlar. Os modelos criados são traduzidos por equações de difusão-reacção. Para os dois modelos é analisada a solução numérica bem como a localização óptima da fonte, obtida por um problema de controlo óptimo. São estudadas algumas propriedades da solução óptima e ilustrado o comportamento desta em diferentes níveis "espaço-temporal".

# MÉTODOS COMPUTACIONAIS PARA EQUAÇÕES FUNCIONAIS DE TIPO MISTO

**Filomena Teodoro<sup>1</sup>**

CEMAT, Instituto Superior Técnico, Lisboa

EST, Instituto Politécnico de Setúbal, Setúbal

## Resumo

Nesta apresentação trataremos de equações diferenciais funcionais do tipo

$$x'(t) = \alpha(t)x(t) + \beta(t)x(t-1) + \gamma(t)x(t+1).$$

Procura-se uma solução  $x$ , definida em  $t \in [-1, k]$ ,  $k \in \mathbb{N}$ , que toma valores conhecidos nos intervalos  $[-1, 0]$  e  $(k-1, k]$ . Introduzimos e analisamos alguns métodos computacionais novos para a resolução deste problema tanto no caso de coeficientes constantes como variáveis. Os resultados numéricos obtidos por estes métodos são apresentados e comparados com os que foram obtidos anteriormente por outras técnicas.

---

<sup>1</sup>Trabalho conjunto com:

P.M. Lima, CEMAT, Instituto Superior Técnico, Lisboa, Portugal

N.J. Ford, Department of Mathematics, University of Chester, Chester, UK

P.M. Lumb, Department of Mathematics, University of Chester, Chester, UK