

# Encontro Nacional da Sociedade Portuguesa de Matemática

25 a 28 de Junho de 2008

ISEC

Ensino da Matemática

Org. Margarida Pinto

26 de Junho, 5<sup>a</sup> feira, 11h-12h30

- Alda Carvalho, Carlos Pereira dos Santos e Jorge Nuno Silva: *“Flatland” e os Meios Visuais Modernos*
- Margarida Oliveira e Suzana Nápoles: *Modelação matemática no estudo das sombras e do tempo*
- Isabel Catarino: *Metromachia, um jogo geométrico*

27 de Junho, 6<sup>a</sup> feira, 11h-12h30m

- Arménio Correia e João Alves: *A lição sobre a cabra e a circunferência*
- Maria Helena Damião, Maria Isabel Festas e Maria da Graça Bidarra: *A questão da eficácia no ensino*
- Marília Pires: *Programação Linear num ambiente de Geometria Dinâmica*

27 de Junho, 6<sup>a</sup> feira, 14h-15h30m

- Tomas Recio: *Noticia sobre el projecto INTERGEO*
- Maria da Graça Marques e Ana Cristina Graça: *Análise de um caso de sucesso em Matemática no Ensino Superior*
- José Carlos Teixeira e Teresa Ferreira: *Portal de Matemática A - Um instrumento pedagógico para uma melhor aprendizagem da Matemática no Ensino Secundário*

28 de Junho, Sábado, 11h-12h30

- J. Azevedo, M. Babo, A. Lopes e C. Torres: *Plataformas interactivas no Ensino/ aprendizagem da Matemática*
- Joana Teles: *A resolução de problemas e as Olimpíadas Portuguesas de Matemática*
- Miguel Portela, Carla Sá e Fernando Alexandre: *Condições de acesso como indicadores da qualidade dos cursos de 1 ciclo: uma análise baseada na empregabilidade*

## “FLATLAND” E OS MEIOS VISUAIS MODERNOS

Alda Carvalho<sup>(a)</sup>, Carlos Pereira dos Santos<sup>(b)</sup>, Jorge Nuno Silva<sup>(c)</sup>

<sup>(a)</sup>ISEL <sup>(b)</sup>Instituto Superior de Educação e Ciências <sup>(c)</sup>FCUL

### Resumo

*Flatland: A Romance of Many Dimensions* é um romance escrito por Edwin A. Abbott publicado em 1884. A obra relata um Universo onde os habitantes são figuras geométricas bidimensionais. Tal como nós não temos percepção física de uma quarta dimensão, eles não têm de uma terceira. O livro é muito interessante, abordando temas da geometria euclídeana, analogias subtis com o caso tridimensional, a noção de dimensão, bem como tópicos romanescos tais como relações sociais, problemas do dia-a-dia, etc. Desde então surgiram muitas sequelas tanto em forma escrita como em versão cinematográfica. Nesta comunicação interessa-nos fundamentalmente um filme animado feito em 2007 (ver <http://www.flatlandthemovie.com/>) bem como a utilização de software moderno de geometria dinâmica para a abordagem dos conteúdos deste clássico romance.

# MODELAÇÃO MATEMÁTICA NO ESTUDO DAS SOMBRAS E DO TEMPO. APLICAÇÕES COMPUTACIONAIS DINÂMICAS EM EXCEL E GEOGEBRA

Margarida Oliveira<sup>(a)</sup>, Suzana Nápoles<sup>(b)</sup>

<sup>(a)</sup>Escola E.B. 2,3 Piscinas, Lisboa

<sup>(b)</sup>Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa

## Resumo

Qual será o comprimento e a posição da sombra projectada num plano horizontal por uma vara vertical de 1 m de altura, exposta à luz solar, em Coimbra, às 12 horas do dia em que se inicia o presente encontro? Nesta comunicação mostra-se que uma resposta completa a este problema, aparentemente elementar, pode ser um extraordinário desafio que permite ilustrar bem o que é a modelação matemática de fenómenos físicos, a importância da observação e da confirmação experimental dos resultados da modelação, e a utilidade dos actuais programas computacionais com capacidades de animação gráfica. Em termos dos conceitos de física e matemática envolvidos salientam-se os referentes à física Newtoniana, astronomia, geometria no espaço, cálculo diferencial e integral e ainda os referentes à utilização de métodos numéricos para resolução de equações diferenciais ordinárias. A abordagem do problema deve iniciar-se com a observação de que os dias solares não têm todos a mesma duração, devido ao facto de a órbita da Terra não ser exactamente circular e ainda ao facto do eixo da Terra não ser perpendicular ao plano da órbita. Estes dois efeitos, da elipticidade da órbita da Terra e da obliquidade da eclíptica originam uma diferença entre a duração real de cada dia solar e o dia solar médio. Partindo da Lei da Gravitação Universal e da lei da dinâmica de Newton, é possível obter uma equação diferencial que descreve o movimento da Terra em torno do Sol. Mostra-se que a solução dessa equação, tomando as adequadas condições iniciais, coincide com os resultados empíricos de Kepler referentes à elipticidade das órbitas dos planetas, nomeadamente da Terra. Mostra-se ainda que, usando uma folha de cálculo como o Excel, é possível construir um módulo computacional que permite visualizar graficamente e de uma forma dinâmica a diferença entre uma forma circular e a forma real da órbita da Terra bem como a não uniformidade da velocidade angular do movimento da Terra em torno do Sol. Apresenta-se também uma abordagem geométrica do problema da elipticidade das órbitas utilizando um programa de geometria dinâmica - GeoGebra - para visualizar a demonstração original de Newton reinterpretada por Richard Feynman. Quanto ao efeito da obliquidade da eclíptica este é introduzido com base em interessantes considerações de geometria e astronomia. A sobreposição dos dois referidos efeitos dá origem à denominada "equação do tempo" que representa a evolução ao longo do ano da diferença entre a posição real do Sol e a posição que ele ocuparia se o eixo da Terra fosse perpendicular ao plano da órbita e a órbita terrestre fosse circular. Este gráfico é obtido em Excel bem como o gráfico que representa o analema das 12 horas: curva correspondente à sequência dos pontos que se obtêm, ao longo de um ano, através do registo da posição da extremidade da sombra da vara, às 12 horas de cada dia.

# A QUESTÃO DA EFICÁCIA NO ENSINO

**Maria Helena Damião, Maria da Graça Bidarra, Maria Isabel Festas**

Faculdade de Psicologia e Ciências da Educação da Universidade de Coimbra

## **Resumo**

Nas primeiras décadas do século XX a discussão sobre o que é o ensino e como deve ser conduzido afastou-se da vaga descrição de bom professor, adoptando o rumo científico. Inicialmente, os investigadores procuraram descobrir indicadores de eficácia docente, susceptíveis de serem transpostos para o domínio das práticas em sala de aula. Os indicadores de ensino trabalhados - características do professor, métodos pedagógicos e do comportamento do professor -, foram relacionados com os resultados académicos dos alunos, numa tentativa de seleccionar os mais vantajosos para as aprendizagens escolares. Estamos, pois, perante um paradigma de inspiração positivista e funcionalista, que abrigou duas linhas de trabalho denominadas por presságio-produto e processo-produto ou behaviorista. Nas últimas cinco décadas, em função de mudanças culturais e epistemológicas, este paradigma passou a enfrentar uma forte contestação aos seus pressupostos e modos de investigação, emergindo, em simultâneo, outras tentativas de estudo do ensino - entre as quais se contam, a sócio-construtivista, a fenomenológica, a reflexiva e a personalista -, mais preocupadas em compreender os ethos concretos de alunos e professores, as suas especificidades como pessoas, os seus processos de construção autónoma de saberes, etc. Paralelamente, estruturou-se um outro quadro de investigação denominado por cognitivista, cuja preocupação assenta nos processos de pensamento envolvidos no ensino e na aprendizagem, nomeadamente, os processos de compreensão. Neste panorama heurístico pode-se ser levado a pensar que a questão da eficácia do ensino é uma questão ultrapassada ou menor. Não é o caso: diversos autores têm trabalhado nela, numa tentativa de encontrar factores gerais de desempenho docente susceptíveis de influenciar o rendimento escolar dos aprendizes. Considerando esta abordagem de fundamental importância para a compreensão e organização do ensino, as autoras da presente proposta de comunicação sistematizam, com base na revisão da literatura, alguns factores que contribuem para o desempenho docente eficaz no âmbito da matemática ao nível do Ensino Básico.

# A LIÇÃO SOBRE A CABRA E A CIRCUNFERÊNCIA

**Arménio Correia, João Alves**

Instituto Superior de Engenharia de Coimbra

## **Resumo**

“Era uma vez uma cabra e uns arcos de circunferência que se transformaram em circunferência”. Esta é a introdução de um teste diagnóstico on-line colocado aos alunos de Matemática Elementar e de Matemática Aplicada no laboratório virtual de matemática lvm. A rápida evolução da sociedade a nível tecnológico, obriga a que a Escola de hoje se adapte a estas mudanças e forneça aos seus alunos a formação necessária para que eles possam enfrentar, com sucesso, situações cada vez mais complexas. Para que tal seja possível, para além de uma formação científica sólida, é necessária a utilização de ferramentas e metodologias de trabalho actuais, onde enquadrámos a estratégia e desenvolvimento de um laboratório virtual de matemática. Aproveitando as potencialidades inerentes à plataforma Moodle, o lvm adaptou-se e cresce em torno de trabalhos de investigação sobre o ensino da matemática, numa escola de engenharia, apoiado e complementado com software de matemática e simulações on-line de problemas e situações motivadoras para uma aprendizagem significativa dos conteúdos programáticos das disciplinas de matemática. A cabra que deixa o pasto e vai comer as silvas, socorre-se do filtro de GeoGebra do lvm e apresenta-se aos alunos com questões supostamente elementares mas transversais, tais como: noção de área, perímetro, unidades de medida, funções, arcos de circunferência, triângulos, ângulos, trigonometria, círculos, simetrias e termina com a questão que supostamente todos os alunos deveriam saber mas poucos a sabem responder: “Porque razão a equação de uma circunferência centrada na origem e de raio  $r$  é  $x^2 + y^2 = r^2$  e não  $x^3 + y^3 = r^3$  ?” Porque de vez em quando também vai comendo alguma erva, esta cabra simula e apresenta aos alunos os resultados das questões que vai colocando.

# METROMACHIA, UM JOGO GEOMÉTRICO

**Isabel Catarino**

Escola Secundária Pinhal Novo

## **Resumo**

Metromachia é um jogo de tabuleiro onde se trava uma batalha entre dois exércitos representados por figuras e sólidos geométricos. A hierarquia depende das características de cada peça interveniente. As jogadas que permitem atacar o inimigo, capturando-o, eliminando-o ou destruindo os seus territórios só são permitidas quando assentam em conceitos de aritmética e de geometria, tais como áreas, volumes, ternos pitagóricos, relações entre figuras planas e sólidos geométricos, etc.

Este jogo que foi criado por William Fulke no século XVI, retratava ainda as lutas medievais, desenrolando-se entre dois feudos e defendendo cada exercito o seu castelo.

Numa época de mudanças de mentalidade face à ciência, este jogo apesar de nos apresentar ainda um cenário da idade média e com influências romanas, representa em si um manancial de conceitos e relações que podiam ser exploradas e que permitia aos alunos a aquisição de competências matemáticas através de actividades lúdicas e de temas que os apaixonam-se.

Passados quatro séculos este jogo, ou uma sua adaptação poderá ser uma mais valia no ensino da Matemática.

# PROGRAMAÇÃO LINEAR NUM AMBIENTE DE GEOMETRIA DINÂMICA

**Marília Pires**

Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade do Algarve

## **Resumo**

O tema Programação Linear presta-se a que problemas da vida real sejam apresentados e resolvidos nas aulas do Ensino Secundário. Dada a limitação de só se trabalhar a duas dimensões, para que seja possível uma resolução geométrica, são muitas as simplificações que os tais problemas da “vida real” têm que sofrer para poderem ser trabalhados nas aulas.

Pode acontecer que, uma vez o problema resolvido, se constate a necessidade de alterar algum dado do problema. O recurso a técnicas de análise de sensibilidade pode impedir que o problema tenha que ser resolvido de novo.

Partindo de problemas como os que são apresentados nos manuais, apresentamos algumas propostas de trabalho para aulas, utilizando um ambiente de Geometria Dinâmica, em que tentamos fazer uma introdução à análise de sensibilidade e análise pos-optimal, mobilizando os conhecimentos dos alunos sobre declives de rectas.

# NOTICIA SOBRE EL PROYECTO INTERGEO

**Tomás Recio**

Universidad de Cantabria

## **Resumo**

La Geometría Dinámica (también llamada geometría interactiva) es una herramienta para mejorar la enseñanza de las matemáticas con la ayuda de un ordenador. Con ella, mediante el uso de un software sofisticado, las figuras geométricas llegan a cobrar vida de un modo comparable a lo que el cine supone respecto de la fotografía.

El proyecto Intergéo de la Unión Europea trata de derribar las tres principales barreras que obstaculizan ahora el uso generalizado del material didáctico, de geometría interactiva, existente: la carencia de herramientas de búsqueda automática (de los materiales más adecuados para un objetivo pedagógico concreto), la falta de compatibilidad (entre materiales desarrollados en distintos programas de geometría dinámica) y la ausencia de información contrastada sobre las características de los materiales.

Así, con Intergéo, en un futuro próximo los materiales disponibles se enriquecerán con datos curriculares, que facilitarán la búsqueda de los ejemplos apropiados para un determinado tema de clase. Además se creará un formato común para los documentos realizados con los diferentes programas de geometría interactiva, para que cada profesor pueda seguir usando su software preferido, aunque emplee construcciones realizadas con un software distinto. Finalmente, profesores y expertos en enseñanza de las matemáticas evaluarán los materiales, estableciendo su adecuación al aula. Esta información, junto con otros comentarios adicionales, estará disponible para los usuarios del portal Intergéo. Los usuarios podrán también agregar sus propias evaluaciones y comentarios, así como proponer nuevos contenidos y ejemplos.

En estos momentos de arranque del proyecto se precisa la colaboración de los profesores para formar grupos de usuarios  $\beta$ -testers, que aporten sus construcciones y que formen unidades de evaluación de materiales, durante el próximo curso escolar. La charla dará información sobre el proyecto e invitará a la participación de los profesores asistentes en el desarrollo de alguno de estos aspectos.

# ANÁLISE DE UM CASO DE SUCESSO EM MATEMÁTICA NO ENSINO SUPERIOR

**Margarida Graça, Ana Cristina Graça**

Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade do Algarve

## **Resumo**

Quais os factores e de que forma influenciam o rendimento académico dos alunos do 1ano do ensino superior? Esta questão tem sido âmbito de muitas discussões e motiva projectos destinados ao combate do insucesso escolar, sobretudo no que diz respeito à disciplina de matemática. Os factores associados ao rendimento académico envolvem aspectos internos e externos que podem ter origens pessoais, sociais ou institucionais.

O objectivo desta comunicação é apresentar os resultados de um estudo efectuado na disciplina de matemática do primeiro ano de cursos da área de saúde da Universidade do Algarve, realizado no âmbito do Mestrado em Matemática desta Universidade. Contrariando a tendência geral de insucesso em disciplinas de matemática dos primeiros anos universitários, nesta disciplina observaram-se resultados globalmente positivos. No estudo foram analisados factores pessoais e institucionais que contribuíram para esse sucesso e pretende-se que possa ser um contributo para a discussão mais alargada que se tem desenvolvido no país sobre o combate ao insucesso no Ensino Superior e para outros estudos a serem realizados na mesma área.

# PORTAL DE MATEMÁTICA A - UM INSTRUMENTO PEDAGÓGICO PARA UMA MELHOR APRENDIZAGEM DA MATEMÁTICA NO ENSINO SECUNDÁRIO NO ENSINO SECUNDÁRIO NO ENSINO SECUNDÁRIO

**José Carlos Teixeira<sup>(a)</sup>, Teresa Ferreira<sup>(b)</sup>**

<sup>(a)</sup>Instituto de Telecomunicações de Coimbra e Departamento de Matemática da FCTUC

<sup>(b)</sup>Instituto de Telecomunicações de Coimbra e Escola Secundária José Loureiro Botas, Vieira de Leiria

## Resumo

O Portal de Matemática A é um ambiente de trabalho na Internet destinado a suportar a melhoria da aprendizagem da Matemática no Ensino Secundário, com o rigor científico que a disciplina exige. Neste ambiente de acesso Universal, alunos com características e ritmos de trabalho diferentes poderão desenvolver e rentabilizar as suas capacidades com vista à obtenção de elevados níveis de aprendizagem.

O Portal de Matemática A toma como referência um modelo pedagógico adequado ao ensino e aprendizagem da Matemática, designado por 6F. Este modelo está corporizado numa arquitectura funcional, estruturada em torno de 6 fases bem definidas e com objectivos pedagógicos específicos, a qual serve de suporte e de fio condutor durante o processo de aprendizagem. O Modelo 6F pretende dar resposta a um conjunto relevante de aspectos pedagógicos ou com relevância no trabalho pedagógico, entre os quais de destaca a heterogeneidade dos alunos, quer ao nível dos conhecimentos adquiridos, quer ao nível das capacidades e ritmos de aprendizagem, quer ainda ao empenho, à capacidade de concentração, à motivação, ao interesse e ao modo de ser e de estar. O Portal de Matemática A foi desenvolvido sobre tecnologias actuais e com profunda implantação na área do e-learning, como o Moodle, tirando partido das mais recentes tecnologias multimédia para explicar melhor e atrair os alunos para a boa aprendizagem da Matemática.

Com base numa estrutura pedagogicamente bem fundamentada, o Portal de Matemática A pode ser utilizado quer em ambiente de aula quer em ambiente de e-learning individual. Um professor que pretenda utilizar este Portal poderá adaptar os exercícios de aplicação e a avaliação aos seus objectivos e critérios particulares.

Com este Portal pretendeu-se criar um instrumento pedagógico que suporte bem a obtenção de resultados palpáveis na formação integral dos alunos, desenvolvendo atitudes e competências que os tornem capazes em vários domínios, nomeadamente: pesquisa e análise da informação, raciocínio sobre a informação, organização e cooperação, argumentação e fundamentação das suas ideias e opiniões, expressão e transmissão claras das suas ideias, por diversos meios e usando a linguagem mais adequada, e, finalmente, confiança e convicção no seu desempenho.

Esta comunicação pretende apresentar a fundamentação pedagógica do Portal de Matemática A, a sua estrutura e conteúdos (compreende os programas oficiais do 10, 11 e 12 de Matemática A), e a forma da sua utilização, convidando todos os Professores de Matemática a utilizá-lo nas suas actividades e a contribuir para a sua melhoria contínua.

# PLATAFORMAS INTERACTIVAS NO ENSINO/ APRENDIZAGEM DA MATEMÁTICA

**J. Azevedo, M. Babo, A. Lopes e C. Torres**

Instituto de Contabilidade e Administração do Porto - ISCAP

Instituto Politécnico do Porto - IPP Porto

## Resumo

Este artigo tem por finalidade apresentar um projecto que pretende contribuir para uma melhoria no ensino e aprendizagem da Matemática.

A partir do ano 2007/2008 todos os cursos do ISCAP foram adequados ao Processo de Bolonha, o que pressupõe várias mudanças a nível dos papéis do professor e do aluno, das metodologias e da avaliação.

O número de horas semanais das aulas, quer teóricas quer práticas, foi bastante reduzido, por isso foi necessário desenvolver novas estratégias e metodologias de apoio ao aluno. Para complementar as aulas teóricas e práticas desenvolvemos um projecto com o nome MatActiva baseado na plataforma Moodle.

Na última versão do Moodle é possível usar a linguagem  $\text{T}_{\text{E}}\text{X}$  para criar questões e outros materiais que utilizam símbolos matemáticos. Fazendo uso desta funcionalidade, criámos um conjunto de materiais interactivos de fácil utilização pelos alunos.

No projecto MatActiva os estudantes têm acesso a um conjunto diversificado de materiais úteis para o seu trabalho. Os alunos podem encontrar no MatActiva material teórico que lhes possibilita não só os pré requisitos necessários para as disciplinas de matemática, mas também material de acompanhamento aos respectivos programas.

Também têm disponíveis testes diagnósticos e testes de avaliação, que podem realizar on-line recebendo automaticamente os resultados e respectivo feedback por questão.

Para além disso, podem ainda participar num fórum de dúvidas que é moderado pelos professores responsáveis pelo projecto.

Criou-se o tópico “Etc ...” onde os alunos podem, de uma forma lúdica, ver a matemática numa outra perspectiva. O principal objectivo é motivar os alunos, encorajando-os a superar as suas dificuldades através de um auto estudo, permitindo-lhes aumentar a sua autoconfiança. De uma forma reflectida, baseados na nossa experiência profissional, tentamos explorar algumas ferramentas do Moodle, implementando novas abordagens no ensino e aprendizagem da Matemática.

# A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS E AS OLIMPIADAS PORTUGUESAS DE MATEMÁTICA

**Joana Teles**

CMUC, Departamento de Matemática, Universidade de Coimbra

## **Resumo**

As Olimpíadas Portuguesas de Matemática (OPM), organizadas anualmente pela Sociedade Portuguesa de Matemática, são um concurso de problemas de matemática, dirigido aos estudantes dos 2 e 3 ciclos do ensino básico e também aos que frequentam o ensino secundário, que visa incentivar e desenvolver o gosto pela matemática.

Os problemas propostos neste concurso fazem sobretudo apelo à qualidade do raciocínio, à criatividade e à imaginação dos estudantes. São factores importantes na determinação das classificações o rigor lógico, a clareza da exposição e a elegância da resolução.

Serão apresentados alguns exemplos de problemas utilizados em Olimpíadas passadas bem como as respectivas soluções elaboradas pelos alunos

# CONDIÇÕES DE ACESSO COMO INDICADORES DA QUALIDADE DOS CURSOS DE 1º CICLO: UMA ANÁLISE BASEADA NA EMPREGABILIDADE

**Miguel Portela<sup>(a)</sup>, Carla Sá<sup>(b)</sup> e Fernando Alexandre<sup>(b)</sup>**

<sup>(a)</sup>Universidade do Minho

<sup>(b)</sup>Departamento de Economia, Universidade do Minho

## **Resumo**

Neste estudo avaliamos o conteúdo informativo das condições de acesso relativamente à qualidade dos cursos de 1 ciclo do ensino superior público português. A qualidade dos cursos de 1 ciclo é medida utilizando indicadores de empregabilidade. Os nossos resultados indicam que cursos com um maior número de vagas estão associados a uma maior propensão a encontrar emprego. Adicionalmente, as nossas estimações sugerem que as provas de ingresso definidas como obrigatórias afectam a empregabilidade. Em particular, os cursos que exigem a prova de matemática parecem estar associados a uma menor propensão ao desemprego. No entanto, Cardoso e co-autores (2007) concluíram que os cursos que exigem a prova de ingresso de matemática têm menor procura, quando comparados com outros cursos que não apresentam este requisito. Este resultado paradoxal indicia a existência de falhas de informação relativamente ao retorno aos investimentos das famílias na educação politécnica e universitária e parece sugerir a necessidade de uma maior intervenção do Governo na avaliação da qualidade dos cursos de 1º ciclo e na sua publicitação.