

Encontro Nacional da Sociedade Portuguesa de Matemática

25 a 28 de Junho de 2008

ISEC

Equações com Derivadas Parciais

Org. Diogo Gomes

26 de Junho, 5^a feira, 11h-12h30

- Hugo Tavares: *Sobre o efeito de segregação que ocorre em certos sistemas de reacção-difusão*
- Fábio Chalub: *Modelos multi-escala para a teoria da evolução*
- Eurica Henriques: *EDPs parabólicas: dualidade Regularidade/Geometria*

27 de Junho, 6^a feira, 11h-12h30m

- Sílvio Gama: *O problema de Cauchy para a equação de ondas curtas*
- Margarida Baía: *Estudo das concentrações num problema variacional a duas escalas*
- Assis Azevedo: *Um problema de difusão com restrição no gradiente dependente da temperatura*

27 de Junho, 6^a feira, 14h-15h30m

- Jorge Drumond Silva: *Global well-posedness below L^2 for the gKdV-3 equation*
- José Maria Gomes: *Existence and L_∞ estimates of some mountain-pass type solutions*
- Joaquim Correia: *Perturbações difusivo-dispersivas das leis de conservação hiperbólicas*

UM PROBLEMA DE DIFUSÃO COM RESTRIÇÃO NO GRADIENTE
DEPENDENTE DA TEMPERATURA

Assis Azevedo

Universidade do Minho

Resumo

Prova-se existência de solução dum sistema consistindo numa inequação variacional com restrição no gradiente dependente da temperatura acoplada com a equação do calor dependente do processo de difusão. Relaciona-se este problema com um sistema similar onde a inequação variacional é um problema de dois obstáculos.

ESTUDO DAS CONCENTRAÇÕES NUM PROBLEMA VARIACIONAL A DUAS ESCALAS

Margarida Baía

Instituto Superior Técnico

Resumo

Este trabalho tem por objectivo a caracterização do comportamento assintótico, quando $\epsilon \rightarrow 0$, duma família de funcionais integrais da forma

$$\int_{\Omega} f(x, x/\epsilon, \nabla u_{\epsilon}(x)) dx$$

em termos de medidas de oscilação e concentração associadas à sucessão $\{(x/\epsilon), \nabla u_{\epsilon}(x)\}_{\epsilon}$.

MODELOS MULTI-ESCALA PARA A TEORIA DA EVOLUÇÃO

Fábio Chalub

Universidade Nova de Lisboa

Resumo

Começaremos introduzindo o modelo de Wright-Fisher, um dos modelos matemáticos mais simples para a teoria da evolução. Mostraremos como este modelo tem embutido duas escalas naturais de tempo, uma para a selecção natural outra para a deriva genética. Finalmente, a construção de um modelo contínuo com estas duas escalas e que aproxima o modelo de Wright-Fisher no limite de grandes populações nos levará naturalmente ao estudo das equações com derivadas parciais degeneradas.

PERTURBAÇÕES DIFUSIVO-DISPERSIVAS DAS LEIS DE CONSERVAÇÃO HIPERBÓLICAS

Joaquim Correia

Departamento de Matemática da Universidade de Évora e CAMGSD

Resumo

Interessa-nos o problema de Cauchy para a classe de leis de conservação hiperbólicas não-lineares (matriz jacobiana $Df(u)$ diagonalizável no campo real)

$$u_t + \operatorname{div}_x f(u) = 0.$$

Em flagrante oposição à solicitação “física” de uma solução global, consequência da não-linearidade e em geral, a solução regular do problema de Cauchy explode em tempo finito. Após formulação da noção de solução fraca, coloca-se a dificuldade de seleccionar de entre as várias soluções a *fisicamente relevante*.

A resposta clássica consiste em impor um *critério de entropia*. A solução deve verificar uma inequação suplementar deduzida da análise do modelo físico: por evanescimento de perturbações difusivas, e.g., “the vanishing viscosity method”. Exemplo: a 2^a lei da termodinâmica para a equação de Euler da dinâmica dos gases.

Problema: e.g., em mecânica dos sólidos, em magnetohidrodinâmica, certas soluções relevantes são excluídas.

Abordagem: uma análise mais fina na modelação leva à consideração não só de perturbações difusivas (regularizantes) mas também dispersivas (indutoras de oscilações de enorme frequência). O balanço do conflito entre as perturbações evanescentes gera um limite singular.

Algumas questões: convergência? em que hipóteses? relação com o limite difusivo? novas soluções!?

Estudamos equações escalares multidimensionais generalizadas dos modelos de Korteweg-deVries-Burgers e Benjamin-Bona-Mahony-Burgers ($\epsilon, \delta \rightarrow 0$):

$$u_t + (u^2/2)_x = \epsilon u_{xx} + \delta u_{xxx}, \quad u_t + (u^2/2)_x = \epsilon u_{xx} + \delta u_{xxt}.$$

O PROBLEMA DE CAUCHY PARA A EQUAÇÃO DE ONDAS CURTAS

G. Smirnov, S.M.A. Gama

Centro de Matemática da Universidade do Porto e Departamento de Matemática Aplicada
Faculdade de Ciências da Universidade do Porto

Resumo

Nesta comunicação, consideramos o problema de Cauchy para a equação de ondas curtas $u_{tx} = u - 3u^2$, suplementada com uma condição inicial apropriada e assumindo condições fronteira periódicas. Aqui, $u(t, x)$ representa uma amplitude que depende do tempo, t , e da variável espacial unidimensional, x . Usamos a notação $u_x = \partial u / \partial x$ e $u_{tx} = \partial u_x / \partial t$.

Esta equação de ondas curtas, que foi introduzida em [1] aquando o estudo da propagação não-linear de ondas curtas em meios dispersivos, é obtida como o termo dominante do limite comprimento de onda curta em sistemas dispersivo modelizado pela equação de Benjamin-Bona-Mahony-Peregrine [2, 3].

Mais precisamente, provamos a existência e unicidade de solução clássica da equação com derivadas parciais [4]:

$$u_{tx} = u - 3u^2, \quad (1)$$

com condições fronteira periódicas em $x \in [0, L]$, isto é:

$$u(0, t) = u(L, t), \quad t \geq 0, \quad (2)$$

e a condição inicial:

$$u(x, 0) = \phi(x), \quad \forall x \in \mathbb{R}, \quad (3)$$

com ϕ suficientemente regular.

Referências

- [1] Gama, S.M.A., Kraenkel, R.A. & Mana, M.A. 2001 Short-waves instabilities in the Benjamin-Bona-Mahoney-Peregrine equation: theory and numerics. *Inverse Problems* **17**(4), 864.
- [2] Benjamin, T.B., Bona, J.L. & Mahony, J.J. 1972 *Phil. Trans. R. Soc. A* **272**, 47.
- [3] Peregrine, D.H. 1967 *J. Fluid Mech.* **27**, 815.
- [4] Smirnov, G. & Gama, S.M.A. 2008 The Cauchy problem for the short wave equation (in preparation).

EXISTENCE AND L_∞ ESTIMATES OF SOME MOUNTAIN-PASS TYPE SOLUTIONS

José Maria Gomes

Universidade Nova de Lisboa

Abstract

We prove the existence of a positive solutions to the BVP

$$(\phi u')' = f(t, u),$$

$$u'(0) = u(1) = 0.$$

Our method combines variational and topological arguments and provides an L_∞ estimate of the solution.

EDPs PARABÓLICAS: DUALIDADE REGULARIDADE/GEOMETRIA

Eurica Henriques

Universidade de Trás os Montes e Alto Douro

Resumo

Nos finais da década de 1950, DeGiorgi desenvolveu um método iterativo que permite obter a continuidade holderiana para EDPs elípticas lineares, impondo poucas restrições aos coeficientes. Desde então a teoria da regularidade para EDPs elípticas e parabólicas lineares e não lineares conheceu novos desenvolvimentos, sendo de realçar o trabalho de DiBenedetto.

Recorrendo à técnica introduzida por DiBenedetto para EDPs parabólicas quasi-lineares é possível obter resultados de regularidade ainda para EDPs parabólicas fortemente não lineares.

GLOBAL WELL-POSEDNESS BELOW L^2 FOR THE gKdV-3 EQUATION

Jorge Drumond Silva

Centro de Análise Matemática, Geometria e Sistemas Dinâmicos

Departamento de Matemática, Instituto Superior Técnico

Abstract

The I -method in its first version as developed by Colliander et al. in [Colliander, J., Keel, M., Staffilani, G., Takaoka, H., Tao, T.: Electronic Journal of Differential Equations 2001, No. 26] is applied to prove that the Cauchy problem for the generalized Korteweg-de Vries equation of order three (gKdV-3) is globally well-posed in time for large real-valued data in the Sobolev space $H^s(\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R})$, provided $s > -\frac{1}{42}$. This is joint work with Axel Grünrock and Mahendra Panthee.

SOBRE O EFEITO DE SEGREGAÇÃO QUE OCORRE EM CERTOS SISTEMAS DE REACÇÃO-DIFUSÃO

Hugo Tavares

Universidade de Lisboa e Universidade de Milano Bicocca

Resumo

Estudaremos fenómenos de segregação associados a Sistemas Elípticos ligados a competição entre populações. Esta segregação ocorre a medida que a competição aumenta, obtendo-se no limite um problema de fronteira livre. Apresentaremos algumas propriedades destes problemas, bem como algumas questões interessantes ainda em aberto.